

MAT-120 Tarea 5
Teoría de Números
Fecha limite: 18 de septiembre de 2023

1. Como dije hoy, voy a dar otra oportunidad con el problema de las granadillas, número 6 de Tarea 4.
2. Usar el Teorema Pequeño de Fermat (TPF) para ayudar en calcular los restos cuándo
 - a) 37^{100} se divide por 11.
 - b) 18^{29} se divide por 29.
 - c) 22^{50} se divide por 17
3. Usar el TPF para demostrar que $17|11^{104} + 1$.
4. Demostrar:
 - a) Si $(a, 21) = 1$, entonces $a^6 \equiv 1 \pmod{21}$. Consejo: Si $(a, 21) = 1$, entonces $(a, 3) = 1$ y $(a, 7) = 1$...
 - b) Si $(a, 77) = 1$, entonces $a^{30} \equiv 1 \pmod{77}$.
 - c) Si $(a, 42) = 1$, entonces $168|a^6 - 1$. Nota que tienes que trabajar más para obtener $a^6 \equiv 1 \pmod{8}$.
5. Usar el corolario a TPF para demostrar:
 - a) $a^7 \equiv a \pmod{42}$ para cada $a \in \mathbf{Z}$.
 - b) $a^9 \equiv a \pmod{30}$ para cada $a \in \mathbf{Z}$.
 - c) $a^{13} \equiv a \pmod{273}$ para cada $a \in \mathbf{Z}$.
6. Demostrar que 1105 es un pseudoprime absoluto.